

শ্রেণি: দশম

সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

বিষয়: উচ্চতর গণিত

পূর্ণমান: ৫০

[প্রত্যেক বিভাগ থেকে নূন্যতম একটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে]

সৃজনশীল প্রশ্ন

১। $P(y) = y^2 - 2y - 15, Q(y) = y^4 + 7y^3 + 17y^2 + 17y + 6$

এবং $f: R - \{3\} \rightarrow R - \{5\}; f(x) = \frac{5x-9}{x-3}$

ক) দেখাও যে, $S = \{3^{n-1}: n \in N\}$ সেটটি N এর সমতুল। ২খ) $\frac{P(y)}{Q(y)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪গ) দেখাও যে, f একটি সার্বিক ফাংশন। ৪

২। $p^{3-2x} \cdot q^{7x} = p^{6+x} \cdot q^{4x}$ এবং $a = 1 + 5^{\frac{2}{3}} + 5^{\frac{1}{3}}$

ক) $\log_{\sqrt{27}} m = 2\frac{2}{3}$ হলে, m এর মান নির্ণয় কর। ২খ) দেখাও যে, $x \log_k \left(\frac{q}{p}\right) = \log_k p$ ৪গ) প্রমাণ কর যে, $a^3 - 3a^2 - 12a - 16 = 0$ ৪

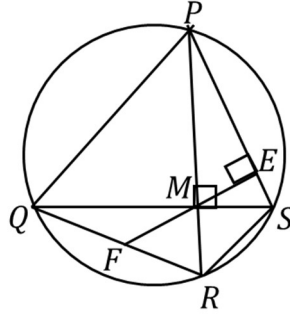
৩। $A = (5x - 1)^{-1} + (5x - 1)^{-2} + (5x - 1)^{-3} + \dots \dots \dots$ এবং

$$B = \left(1 + \frac{y}{4}\right)^n; \text{ যেখানে } n \in N$$

ক) $\left(t^3 + \frac{1}{t^3}\right)^4$ এর বিস্তৃতির t মুক্ত পদ নির্ণয় কর। ২খ) x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে A এর অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪গ) B এর বিস্তৃতির তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থ পদের সহগের দ্বিগুণ হলে n এর মান নির্ণয়পূর্বক বিস্তৃতির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

খ বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

8।



- ক) ΔPQM এর অতিভুজ $PQ = 3 \text{ cm}$ হলে, ত্রিভুজটির মধ্যমাত্রয়ের বর্গের সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
- খ) প্রমাণ কর যে, $QF = FR$ ৪
- গ) ΔPQS এর $\angle Q = 60^\circ$ হলে প্রমাণ কর যে, $PS^2 = PQ^2 + QS^2 - PQ \cdot QS$ ৪
- ৫। একটি ত্রিভুজের ভূমি 4.5 সে.মি., শির:কোণ 45° এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি 7.2 সে.মি.। একটি নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ উক্ত ত্রিভুজের ভূমির সমান। গোলকটিকে গলিয়ে 5.6 সে.মি. বহি:ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ও সমভাবে পুরু একটি ফাঁপা গোলক প্রস্তুত করা হলো।
- ক) সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 5 সে.মি. এবং অপর বাহুদ্বয়ের অন্তর 1 সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
- খ) উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক] ৪
- গ) দ্বিতীয় গোলকটির পুরুত্ব নির্ণয় কর। ৪
- ৬। $ABCD$ চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু চারটি যথাক্রমে $(5, 2)$, $(-3, 2)$, $(-2, -1)$ ও $(4, -1)$ ।
- ক) চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর। ২
- খ) $ABCD$ চতুর্ভুজের যে অংশ প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
- গ) $ABCD$ চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু E ও F হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, ৪
- $AB \parallel EF \parallel CD$ এবং $EF = \frac{1}{2}(AB - CD)$

গ বিভাগ: ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭। $x = a\cos\theta$ এবং $y = b\sin\theta$

ক) $A = \frac{\pi}{6}$ হলে দেখাও যে, $\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$ ২

খ) $x - y = \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ হলে দেখাও যে, $a\sin\theta + b\cos\theta = c$ ৪

গ) $a = b = 1$ হলে, $x^2 - y^2 = y$ সমীকরণটি সমাধান কর। যখন $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ৪

৮। অমল ঢাকা হতে কুমিল্লা এবং কুমিল্লা হতে চট্টগ্রাম যাবে বলে স্থির করল। কিন্তু সে বাসে না ট্রেনে যাবে তা স্থির করতে পারছিল না। তাই সে একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করে নিজের সম্ভাবনা যাচাই করছিল। শেষে দেখা গেল, তার ঢাকা থেকে কুমিল্লা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{7}$ এবং কুমিল্লা হতে চট্টগ্রাম ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{8}$ স্থির হলো।

ক) কোনো ঘটনা A হলে, দেখাও যে, $0 \leq P(A) \leq 1$ ২

খ) *Probability tree* অঙ্কন করে নমুনাক্ষেত্র লিখ এবং কেবল একটি টেল আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

গ) *Probability tree* অঙ্কন কর এবং অমলের কুমিল্লা বাসে এবং চট্টগ্রাম ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪